江苏省南京五中2022-2023学年高一上学期期中数学试卷

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把答案填涂在答题卡相应位置上.

1．（5分）已知集合 $A=\{x|x^2-3x=0\}$，$B=\{1，2，3\}$，则 $A\cup B=$（　　）

A．$\{3\}$　　B．$\{1，2，3\}$　　C．$\{0，2，3\}$　　D．$\{0，1，2，3\}$

2．（5分）命题"$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\geqslant1$"的否定为（　　）

A．$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\leqslant1$　　B．$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\leqslant1$

C．$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1<1$　　D．$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1<1$

3．（5分）下面各组函数中表示同一个函数的是（　　）

A．$f(x)=|x|$，$g(x)=(\sqrt{x^2})$

B．$f(x)=x$，$g(x)=(\sqrt{x})^2$

C．$f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$，$g(x)=x+1$

D．$f(x)=\dfrac{|x|}{x}$，$g(x)=\begin{cases}1, & x\geqslant0\\-1, & x<0\end{cases}$

4．（5分）对于实数 a，b，c，"$a>b$"是"$ac^2>bc^2$"的（　　）

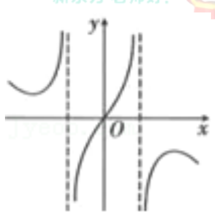
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

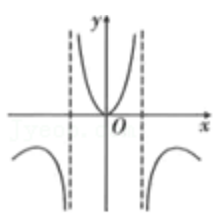
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

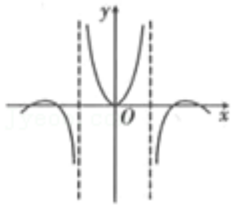
5．（5分）青少年视力是社会普遍关注的问题，视力情况可借助视力表测量．通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据，小数记录法的数据 V 和五分记录法的数据 L 满足 $V=10^{L-5}$，已知某同学视力的五分记录法的数据为 4.9，则其视力的小数记录法的数据约为（　　）（注：$\sqrt[10]{10}\approx1.25$）

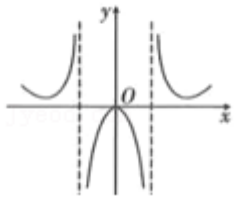
A．0.6　　B．0.8　　C．1.2　　D．1.5

6．（5分）已知函数 $f(x)=\dfrac{x(2^x-2^{-x})}{|x|-1}$，则 $f(x)$ 的图象大致是（　　）

A．

B．

C. 

D. 

7.(5 分)若函数 $f(x)=\begin{cases}(2a-4)x+5, & x<4\\ x^2-2ax+7, & x\geqslant 4\end{cases}$ 在 **R** 上单调递增,则 a 的取值范围为(　　)

A.(2,4]　　B.(2,$\frac{17}{8}$]　　C.[4,+∞)　　D.(2,+∞)

8.(5 分)定义在 **R** 上的奇函数 f(x)在(﹣∞,0)上单调递减,且 f(3)=0,则满足 xf(x+1)≥0 的 x 的取值范围是(　　)

A.[﹣4,﹣1]∪[0,+∞)　　B.[﹣2,0]∪[1,4]

C.[﹣4,﹣1]∪[0,2]　　D.(﹣∞,﹣1]∪[0,2]

二、多选题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求,请把答案填涂在答题卡相应位置上.全部选对的 5 分,部分选对的 2 分,不选或有错选的的 0 分.

(多选)9.(5 分)德国著名数学家狄利克雷在数学领域成就显著,狄利克雷函数就以其名命名,其解析式为 $D(x)=\begin{cases}1, & x\text{是有理数}\\ 0, & x\text{是无理数}\end{cases}$,关于函数 D(x)有以下四个命题,其中真命题是(　　)

A.∀x∈**R**,D(D(x))=1

B.∃x,y∈**R**,D(x+y)=D(x)+D(y)

C.函数 D(x)是偶函数

D.函数 D(x)是奇函数

(多选)10.(5 分)已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为{x|﹣3<x<2},下列说法正确的是(　　)

A.$a<0$

B.$a+b+c>0$

C.不等式 $bx+c>0$ 的解集为{x|x>6}

D.不等式 $cx^2+bx+a<0$ 的解集为 $\{x\mid -\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}\}$

（多选）11．（5 分）下列选项正确的是（　　）

A．若 $a\neq 0$，则 $a+\frac{4}{a}$的最小值为 4

B．若 $x\in\mathbf{R}$，则$\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+2}}$的最小值是 2

C．若 $ab<0$，则$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$的最大值为 -2

D．若正实数 xy 满足 $x+2y=1$，则$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为 8

（多选）12．（5 分）已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，当 $x\in(-\infty, 0)$ 时，$f(x)=-x^2+2x$，下列说法正确的是（　　）

A．$x\in(0, +\infty)$ 时，函数解析式为 $f(x)=x^2-2x$

B．函数在定义域 $\mathbf{R}$ 上为增函数

C．不等式 $f(3x-2)<3$ 的解集为 $(-\infty, 1)$

D．不等式 $f(x)-x^2+x-1>0$ 恒成立

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.请把答案填写在答题卡相应位置上.

13．（5 分）函数 $f(x)=\sqrt{x-1}+\frac{2}{x^2-4}$的定义域为 ______.

14．（5 分）已知集合 $A=\{-1, 0, a^2\}$，$B=\{-1, a\}$，若 $A\cap B=B$，则实数 a 的值为 ______.

15．（5 分）设函数 $f(x)=\begin{cases}2^x, & x\leqslant 0\\ 1, & x>0\end{cases}$，则满足 $f(x-1)<f(2x)$的 x 的取值范围是 ______.

16．（5 分）已知 $x, y>0$，且$\frac{1}{x+3}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}$，则 $x+y$ 的最小值为______.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

17．（10 分）计算：

（1）$2\log_3 2-\log_3\frac{32}{9}+\log_3 8$；

（2）$\sqrt{\frac{25}{9}}-\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}-(\pi+e)^0+\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$

18．（12 分）已知 $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$.

（1）用定义证明 $f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上是增函数；

（2）求该函数在区间 $[2, 4]$上的最大值与最小值以及取最值时 x 的值.

19．（12 分）已知集合 $A=\{x||x-4|\leqslant 3\}$，$B=\{x|x^2-2ax+(a^2-4)\leqslant 0\}$．

（1）当 $a=1$ 时，求 $A\cup B$，$B\cap \complement_{\mathbf{R}}A$；

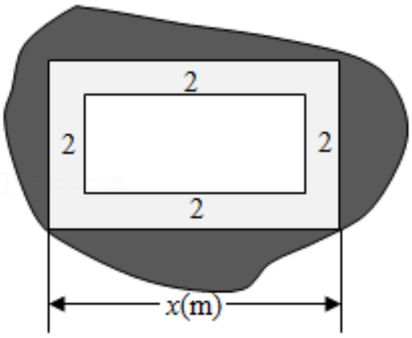
（2）若 ______，求实数 a 的取值范围．

（注：从（1）$A\cup B=A$；（2）$B\cap \complement_{\mathbf{R}}A=\varnothing$；（3）"$x\in A$"是"$x\in B$"的必要不充分条件．这三个条件中任选一个补充在上面的问题横线处，并进行解答如果选择多个条件进行解答，则按照选择的第一个计分．）

20．（12 分）在城市旧城改造中，某小区为了升级居住环境，拟在小区的闲置地中规划一个面积为 $200m^2$ 的矩形区域作为市民休闲锻炼的场地（如图所示），按规划要求：在矩形内的四周安排 $2m$ 宽的绿化，绿化造价为 200 元/m^2，中间区域地面硬化以方便后期放置各类健身器材，硬化造价为 100 元/m^2，设矩形的长为 x（m）．

（1）将总造价 y（元）表示为长度 x（m）的函数；

（2）如果当地政府财政拨款 3 万元，不考虑其他因素，仅根据总造价情况，判断能否修建起该市民休闲锻炼的场地？（$\sqrt{2}\approx 1.414$）



21．（12 分）已知函数 $f(x)=x^2-(m+2)x+2m$，$m\in\mathbf{R}$．

（1）若 $f(x)\geqslant 0$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求实数 m 的取值范围；

（2）若 $f(x)$ 在 $(-\infty,3)$ 上单调递减，求实数 m 的取值范围；

（3）解关于 x 的不等式 $f(x)>0$．

22．（12 分）对于函数 $f(x)$，若存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使 $f(x_0)=x_0$ 成立，则称 x_0 为 $f(x)$ 的不动点．已知函数 $f(x)=mx^2+(n-1)x+n-8$（$m\neq 0$）．

（1）当 $m=1$，$n=0$ 时，求函数 $f(x)$ 的不动点；

（2）若对任意实数 n，函数 $f(x)$ 恒有两个相异的不动点，求实数 m 的取值范围；

（3）若 $f(x)$ 的两个不动点为 x_1，x_2，且 $f(x_1)+f(x_2)=-\frac{m}{m+2}$，当 $1<m<3$ 时，求实数 n 的取值范围．

江苏省南京五中 2022-2023 学年高一上学期期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把答案填涂在答题卡相应位置上.

1.（5 分）已知集合 $A=\{x|x^2-3x=0\}$，$B=\{1，2，3\}$，则 $A\cup B=$（　　）

A．{3}　　B．{1，2，3}　　C．{0，2，3}　　D．{0，1，2，3}

【分析】求出集合 A，根据并集的定义求出 $A\cup B$ 即可.

【解答】解：∵$A=\{x|x^2-3x=0\}=\{0，3\}$，$B=\{1，2，3\}$，

∴$A\cup B=\{0，1，2，3\}$，

故选：D.

【点评】本题考查了集合的运算，考查解二次方程问题，是一道基础题.

2.（5 分）命题“$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\geqslant 1$”的否定为（　　）

A．$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\leqslant 1$　　B．$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\leqslant 1$

C．$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1<1$　　D．$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1<1$

【分析】根据含有量词的命题的否定即可得到结论.

【解答】解：命题为全称命题，则命题的否定为$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1<1$，

故选：C.

【点评】本题主要考查含有量词的命题的否定，比较基础.

3.（5 分）下面各组函数中表示同一个函数的是（　　）

A．$f(x)=|x|$，$g(x)=(\sqrt{x^2})$

B．$f(x)=x$，$g(x)=(\sqrt{x})^2$

C．$f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$，$g(x)=x+1$

D．$f(x)=\dfrac{|x|}{x}$，$g(x)=\begin{cases}1, & x\geqslant 0\\ -1, & x<0\end{cases}$

【分析】根据两个函数的定义域相同，对应关系也相同，即可判断它们是同一函数.

【解答】解:】对于 A，$f(x)=|x|$，定义域为 $\mathbf{R}$，$g(x)=\sqrt{x^2}=|x|$，定义域为 $\mathbf{R}$，两函数的定义域相同，对应关系也相同，是同一函数；

对于 B，$f(x)=x$，定义域为 **R**，$g(x)=(\sqrt{x})^2=x$，定义域为$[0，+\infty)$，两函数的定义域不同，不是同一函数；

对于 C，$f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}=x+1$，定义域为$\{x|x\neq1\}$，$g(x)=x+1$，定义域为 **R**，两函数的定义域不同，不是同一函数；

对于 D，$f(x)=\dfrac{|x|}{x}=\begin{cases}1, & x>0\\-1, & x<0\end{cases}$，定义域为$\{x|x\neq0\}$，$g(x)=\begin{cases}1, & x\geqslant0\\-1, & x<0\end{cases}$，定义域为 **R**，两函数的定义域不同，不是同一函数．

故选：A．

【点评】本题考查了判断两个函数是否为同一函数的应用问题，是基础题．

4．（5 分）对于实数 a，b，c，“$a>b$”是“$ac^2>bc^2$”的（　　）

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

【分析】不等式的基本性质，“$a>b$”⇒“$ac^2>bc^2$”必须有 $c^2>0$ 这一条件．

【解答】解：主要考查不等式的性质．当 $C=0$ 时显然左边无法推导出右边，但右边可以推出左边

故选：B．

【点评】充分利用不等式的基本性质是推导不等关系的重要条件．

5．（5 分）青少年视力是社会普遍关注的问题，视力情况可借助视力表测量．通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据，小数记录法的数据 V 和五分记录法的数据 L 满足 $V=10^{L-5}$，已知某同学视力的五分记录法的数据为 4.9，则其视力的小数记录法的数据约为（　　）（注：$\sqrt[10]{10}\approx1.25$）

A．0.6　　B．0.8　　C．1.2　　D．1.5

【分析】把 $L=4.9$ 代入 $V=10^{L-5}$ 中，直接求解即可．

【解答】解：在 $V=10^{L-5}$ 中，$L=4.9$，所以 $V=10^{4.9-5}$，即 $lgV=-0.1$，

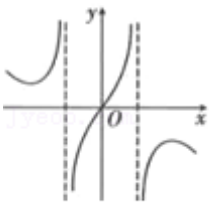
解得 $V=10^{-0.1}=\dfrac{1}{10^{0.1}}=\dfrac{1}{\sqrt[10]{10}}=\dfrac{1}{1.25}\approx0.8$，

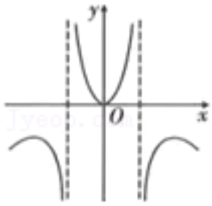
所以其视力的小数记录法的数据约为 0.8．

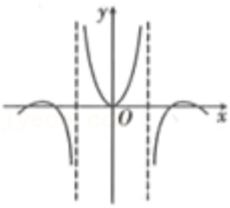
故选：B．

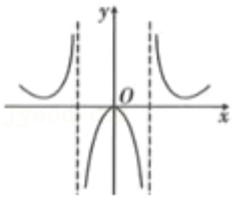
【点评】本题考查了对数与指数的互化问题，也考查了运算求解能力，是基础题．

6．（5 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{x(2^{x}-2^{-x})}{|x|-1}$，则 f（x）的图象大致是（　　）

A． 

B． 

C． 

D． 

【分析】由函数的奇偶性排除选项 A，由 f（－2）＞0，排除选项 B，由 $f(\frac{1}{2})<0$，排除选项 C，进而得解．

【解答】解：函数的定义域为 $\{x|x\neq\pm1\}$，且 $f(-x)=\dfrac{-x(2^{-x}-2^{x})}{|-x|-1}=\dfrac{x(2^{x}-2^{-x})}{|x|-1}=f(x)$，

则函数 f（x）为偶函数，故排除选项 A；

又 $f(-2)=\dfrac{-2\times(2^{-2}-2^{2})}{|-2|-1}=\dfrac{-2\times(\frac{1}{4}-4)}{1}>0$，排除选项 B；

又 $f(\frac{1}{2})=\dfrac{\frac{1}{2}(\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}})}{|\frac{1}{2}|-1}<0$，排除选项 C．

故选：D．

【点评】本题考查根据函数性质确定函数图象问题，考查运算求解能力，属于基础题．

7．（5 分）若函数 $f(x)=\begin{cases}(2a-4)x+5, & x<4\\ x^{2}-2ax+7, & x\geqslant4\end{cases}$ 在 **R** 上单调递增，则 a 的取值范围为（　　）

A．（2，4]　　B．$(2,\frac{17}{8}]$　　C．[4，+∞）　　D．（2，+∞）

【分析】由函数的单调性，列出不等式，求解即可．

【解答】解：由题意，函数 f（x）为增函数，

所以需满足$\begin{cases}2a-4>0\\ a\leqslant 4\\ 4(2a-4)+5\leqslant 16-8a+7\end{cases}$，

解得 $2<a\leqslant\frac{17}{8}$，

故选：B．

【点评】本题考查分段函数的单调性，考查学生的运算能力，属于中档题．

8．（5 分）定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)$ 在（－∞，0）上单调递减，且 $f(3)=0$，则满足 $xf(x+1)\geqslant 0$ 的 x 的取值范围是（　　）

A．[－4，－1]∪[0，+∞）　　B．[－2，0]∪[1，4]

C．[－4，－1]∪[0，2]　　D．（－∞，－1]∪[0，2]

【分析】根据函数奇偶性的性质，然后判断函数的单调性，利用分类讨论思想进行求解即可．

【解答】解：因为定义域为 **R** 的奇函数 $f(x)$ 在（－∞，0）内单调递减，且 $f(3)=0$，

所以 $f(x)$ 在（0，+∞）上也是单调递减，且 $f(-3)=0$，$f(0)=0$，

所以当 $x\in(-\infty,-3)\cup(0,3)$ 时，$f(x)>0$，当 $x\in(-3,0)\cup(3,+\infty)$ 时，$f(x)<0$，

所以由 $xf(x+1)\geqslant 0$ 可得：

$\begin{cases}x<0\\ -3\leqslant x+1\leqslant 0或x+1\geqslant 3\end{cases}$或$\begin{cases}x>0\\ 0\leqslant x+1\leqslant 3或x+1\leqslant -3\end{cases}$或 $x=0$，

解得 $-4\leqslant x\leqslant -1$ 或 $0\leqslant x\leqslant 2$，

所以满足 $xf(x+1)\geqslant 0$ 的 x 的取值范围是[－4，－1]∪[0，2]．

故选：C．

【点评】本题主要考查不等式的求解，结合函数奇偶性的性质列出不等式是解决本题的关键，属于中档题．

二、多选题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，请把答案填涂在答题卡相应位置上.全部选对的 5 分，部分选对的 2 分，不选或有错选的的 0 分.

（多选）9．（5 分）德国著名数学家狄利克雷在数学领域成就显著，狄利克雷函数就以其名

命名，其解析式为 $D(x)=\begin{cases}1, & x\text{是有理数}\\0, & x\text{是无理数}\end{cases}$，关于函数 $D(x)$ 有以下四个命题，其中真命题是（　　）

A．$\forall x\in\mathbf{R}$，$D(D(x))=1$

B．$\exists x$，$y\in\mathbf{R}$，$D(x+y)=D(x)+D(y)$

C．函数 $D(x)$ 是偶函数

D．函数 $D(x)$ 是奇函数

【分析】根据函数的对应法则，计算可得 $\forall x\in\mathbf{R}$，$D(D(x))=1$，即可判断选项 A；取 $x=\sqrt{2}$，$y=\sqrt{3}$，计算即可判断选项 B；根据函数奇偶性的定义，可得函数为偶函数，即可判断选项 C，D.

【解答】解：∵当 x 为有理数时，$D(x)=1$；当 x 为无理数时，$D(x)=0$，

∴当 x 为有理数时，$D(D(x))=D(1)=1$；当 x 为无理数时，$D(D(x))=D(0)=1$，

∴$\forall x\in\mathbf{R}$，均有 $D(D(x))=1$，故 A 正确；

取 $x=\sqrt{2}$，$y=\sqrt{3}$，则 $D(x+y)=D(\sqrt{2}+\sqrt{3})=0$，$D(x)+D(y)=D(\sqrt{2})+D(\sqrt{3})=0+0=0$，

所以 $\exists x$，$y\in\mathbf{R}$，$D(x+y)=D(x)+D(y)$，故 B 正确；

∵有理数的相反数还是有理数，无理数的相反数还是无理数，

∴对任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(-x)=f(x)$，故 C 正确，D 错误.

故选：ABC.

【点评】本题给出特殊函数表达式，求函数的值并讨论它的奇偶性，着重考查了有理数、无理数的性质和函数的奇偶性等知识，属于中档题.

（多选）10.（5 分）已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $\{x|-3<x<2\}$，下列说法正确的是（　　）

A．$a<0$

B．$a+b+c>0$

C．不等式 $bx+c>0$ 的解集为 $\{x|x>6\}$

D．不等式 $cx^2+bx+a<0$ 的解集为 $\{x|-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}\}$

【分析】根据二次不等式的解集，利用韦达定理求出啊 a，b，c 三者的关系，再对选项进

行逐项判断即可．

【解答】解：根据已知条件可知$\begin{cases}a<0\\-3+2=-\dfrac{b}{a}\\-3\times 2=\dfrac{c}{a}\end{cases}$，可得 $b=a$，$c=-6a$，

所以 $a+b+c=-4a>0$，故 A，B 选项正确；

对于 C 选项 $bx+c>0$，化简可得 $x<6$，故 C 选项错误；

对于 D 选项 $cx^2+bx+a<0$，化简可得 $6x^2-x-1<0$，

解得 $-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}$，故 D 选项正确．

故选：ABD．

【点评】本题考查二次函数的性质与图象，考查学生的逻辑推理和运算求解的能力，属于基础题

（多选）11．（5 分）下列选项正确的是（　　）

A．若 $a\neq 0$，则 $a+\frac{4}{a}$的最小值为 4

B．若 $x\in\mathbf{R}$，则$\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+2}}$的最小值是 2

C．若 $ab<0$，则$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$的最大值为﹣2

D．若正实数 xy 满足 $x+2y=1$，则$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为 8

【分析】结合基本不等式一正，二定，三相等条件分别检验各选项，即可判断．

【解答】解：当 $a<0$ 时，A 显然不成立；

令 $t=\sqrt{x^2+2}$，则 $t\geqslant\sqrt{2}$，

$y=\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+2}}=\sqrt{x^2+2}+\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}=t+\frac{1}{t}$，结合对勾函数单调性可知，当 $t=\sqrt{2}$时，取得最小值$\frac{3\sqrt{2}}{2}$，B 错误；

若 $ab<0$，则$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=-[(-\frac{a}{b})+(-\frac{b}{a})]\leqslant -2\sqrt{\frac{-a}{b}\cdot\frac{-b}{a}}=-2$，

当且仅当 $-\frac{b}{a}=-\frac{a}{b}$即 $a=-b$ 时取等号，此时取得最大值﹣2，C 正确；

正实数 xy 满足 $x+2y=1$，则$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2x+4y}{x}+\frac{x+2y}{y}=4+\frac{4y}{x}+\frac{x}{y}\geqslant 4+2\sqrt{\frac{4y}{x}\cdot\frac{x}{y}}=8$，

当且仅当$\frac{4y}{x}=\frac{x}{y}$且 $x+2y=1$，即 $y=\frac{1}{4}$，$x=\frac{1}{2}$时取等号，此时$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为 8，D 正确．

故选：CD．

【点评】本题主要考查了基本不等式一正，二定，三相等条件的检验，应用条件的灵活配凑是解决问题的关键，属于中档题．

（多选）12．（5 分）已知 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的奇函数，当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f(x)=-x^2+2x$，下列说法正确的是（　　）

A．$x\in(0,+\infty)$ 时，函数解析式为 $f(x)=x^2-2x$

B．函数在定义域 **R** 上为增函数

C．不等式 $f(3x-2)<3$ 的解集为 $(-\infty,1)$

D．不等式 $f(x)-x^2+x-1>0$ 恒成立

【分析】直接利用函数的性质和不等式的解法判定 A、B、C、D 的结论．

【解答】解：对于 A：已知 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的奇函数，当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f(x)=-x^2+2x$，当 $x>0$ 时，$-x<0$，则 $f(-x)=-(-x)^2+2(-x)=-x^2-2x$，所以 $f(x)=x^2+2x$，故 A 错误；

对于 B：根据函数的解析式 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2x & (x<0)\\ x^2+2x & (x>0)\end{cases}$，且 $f(0)=0$，所以函数在定义域 **R** 上，单调递增函数，故 B 正确；

对于 C：不等式 $f(3x-2)<3$ 转换为 $f(3x-2)<f(1)$，整理得 $3x-2<1$，解得不等式的解集为 $(-\infty,1)$，故 C 正确；

对于 D：由于函数 $f(x)$ 的值域为 **R**，且 $x^2-x+1=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}$，故不等式 $f(x)-x^2+x-1>0$ 不一定成立，故 D 错误．

故选：BC．

【点评】本题考查的知识要点：函数的性质，不等式的解法，主要考查学生的运算能力和转换能力及思维能力，属于基础题．

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.请把答案填写在答题卡相应位置上.

13．（5 分）函数 $f(x)=\sqrt{x-1}+\frac{2}{x^2-4}$的定义域为 $\underline{\quad [1,2)\cup(2,+\infty)\quad}$．

【分析】由根式内部的代数式大于等于 0，分式的分母不为 0 联立不等式组求解．

【解答】解：要使原函数有意义，则$\begin{cases}x-1\geqslant 0\\x^2-4\neq 0\end{cases}$，解得 $x\geqslant 1$ 且 $x\neq 2$.

∴函数 $f(x)=\sqrt{x-1}+\frac{2}{x^2-4}$的定义域为[1，2）∪（2，+∞）.

故答案为：[1，2）∪（2，+∞）.

【点评】本题考查函数的定义域及其求法，是基础题.

14.（5 分）已知集合 $A=\{-1，0，a^2\}$，$B=\{-1，a\}$，若 $A\cap B=B$，则实数 a 的值为 __1__.

【分析】根据集合的包含关系求出 a 的值即可.

【解答】解：若 $A\cap B=B$，则 $B\subseteq A$，

①$a=0$ 时，不合题意，

②$a=a^2$ 时，解得：$a=0$（舍）或 $a=1$，

故答案为：1.

【点评】本题考查了集合的包含关系，考查集合的性质，是基础题.

15.（5 分）设函数 $f(x)=\begin{cases}2^x, & x\leqslant 0\\1, & x>0\end{cases}$，则满足 $f(x-1)<f(2x)$ 的 x 的取值范围是 __（-1，1）__.

【分析】由分段函数的解析式讨论 $2x\leqslant 0$，或 $2x>0$，解不等式即可得到所求解集.

【解答】解：函数 $f(x)=\begin{cases}2^x, & x\leqslant 0\\1, & x>0\end{cases}$，

当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)\leqslant 1$，

故 $f(x-1)<f(2x)$，

可得 $x-1<2x\leqslant 0$ 或$\begin{cases}x-1<0\\2x>0\end{cases}$，

即为 $-1<x\leqslant 0$ 或 $0<x<1$，

解得 $-1<x<1$，

则 $f(x-1)<f(2x)$ 的解集为（-1，1），

故答案为：（-1，1）.

【点评】本题考查函数的单调性的判断和运用，以及分类讨论思想方法，考查运算能力，属于中档题.

16．（5 分）已知 x，$y>0$，且$\frac{1}{x+3}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}$，则 $x+y$ 的最小值为__5__．

【分析】利用"乘 1 法"与基本不等式的性质即可得出．

【解答】解：x，$y>0$，且$\frac{1}{x+3}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}$，

则 $x+y=x+3+y-3$，

$=2[(x+3)+y]\left(\frac{1}{x+3}+\frac{1}{y}\right)-3=2\left(2+\frac{y}{x+3}+\frac{x+3}{y}\right)-3$，

$\geqslant 2\left(2+2\sqrt{\frac{y}{x+3}\cdot\frac{x+3}{y}}\right)-3=5$，

当且仅当$\frac{y}{x+3}=\frac{x+3}{y}$且$\frac{1}{x+3}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}$，即 $y=4$，$x=1$ 时取等号，

则 $x+y$ 的最小值为 5．

故答案为：5．

【点评】本题考查了"乘 1 法"与基本不等式的性质，属于中档题．

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

17．（10 分）计算：

（1）$2\log_3 2-\log_3\frac{32}{9}+\log_3 8$；

（2）$\sqrt{\frac{25}{9}}-\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}-(\pi+e)^0+\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$

【分析】（1）利用对数的运算性质运算即可；

（2）进行根式和分数指数幂的运算即可．

【解答】解：（1）原式$=\log_3 4-\log_3\frac{32}{9}+\log_3 8=\log_3\frac{4\times 8}{\frac{32}{9}}=\log_3 9=2$;

（2）解：原式$=\frac{5}{3}-\left(\frac{2}{3}\right)^{3\times\frac{1}{3}}-1+2^{-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{5}{3}-\frac{2}{3}-1+2=2$.

【点评】本题考查了对数的运算性质，考查了计算能力，属于基础题．

18．（12 分）已知 $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$.

（1）用定义证明 $f(x)$ 在区间$[1，+\infty)$上是增函数；

（2）求该函数在区间$[2，4]$上的最大值与最小值以及取最值时 x 的值．

【分析】（1）在$[1，+\infty)$内任取两个不同的 x 值 x_1，x_2 且规定大小，利用作差法比较 f

（x_1）与 f（x_2）的大小得结论；

（2）利用函数在[2，4]上是增函数求得函数的最值．

【解答】证明：（1）任取 x_1，x_2∈[1，+∞），且 x_1＜x_2，

则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{2x_1+1}{x_1+1}-\frac{2x_2+1}{x_2+1}=\frac{x_1-x_2}{(x_1+1)(x_2+1)}$.

∵x_1＜x_2，∴x_1-x_2＜0，而 x_1+1＞0，x_2+1＞0，

∴f（x_1）－f（x_2）＜0，即 f（x_1）＜f（x_2），

∴f（x）在区间[1，+∞）上是增函数；

解：（2）由（1）知，f（x）在区间[2，4]上是单调增函数，

∴ $f(x)_{min}=f(2)=\frac{2\times2+1}{2+1}=\frac{5}{3}$，$f(x)_{max}=f(4)=\frac{2\times4+1}{4+1}=\frac{9}{5}$.

【点评】本题考查利用函数单调性定义证明函数的单调性，考查利用单调性求最值，是基础题．

19．（12 分）已知集合 A＝{x||x－4|≤3}，B＝{x|x^2－2ax+（a^2－4）≤0}．

（1）当 a＝1 时，求 A∪B，B∩$\complement_R A$；

（2）若 ______，求实数 a 的取值范围．

（注：从（1）A∪B＝A；（2）B∩$\complement_R A$＝∅；（3）“x∈A”是“x∈B”的必要不充分条件．这三个条件中任选一个补充在上面的问题横线处，并进行解答如果选择多个条件进行解答，则按照选择的第一个计分．）

【分析】（1）代入 a 的值，求出集合 A，B，进而可以求解；（2）选（1）：可得 A⊆B，然后根据子集的定义建立不等式关系即可求解；选（2）：先求出集合 A 的补集，然后根据空集的性质建立不等式关系即可求解；选（3）：由已知可得 B⊆A，然后根据子集的定义建立不等式关系即可求解．

【解答】解：（1）由已知可得 A＝[1，7]，B＝[－1，3]，

所以 A∪B＝[－1，7]，B∩$\complement_R A$＝[－1，1)；

（2）选择（1）：A＝[1，7]，B＝[a－2，a+2]，

∵A∪B＝A，∴B⊆A，∴$\begin{cases}a-2\geqslant1\\a+2\leqslant7\end{cases}$，∴解得 3≤$a$≤5，

实数 a 的取值范围为[3，5]；

选择（2）：A＝[1，7]，$\complement_R A$＝（－∞，1）∪（7，+∞），B＝[a－2，a+2]，

$\because B\cap \complement_{R}A=\varnothing$；$\therefore\begin{cases}a-2\geqslant 1\\ a+2\leqslant 7\end{cases}$，解得 $3\leqslant a\leqslant 5$，

所以实数 a 的取值范围为[3，5]；

选择（3）：$A=[1，7]$，$B=[a-2，a+2]$，

由题意知 $B\subset A$，$\therefore\begin{cases}a-2\geqslant 1\\ a+2\leqslant 7\end{cases}$，解得 $3\leqslant a\leqslant 5$，

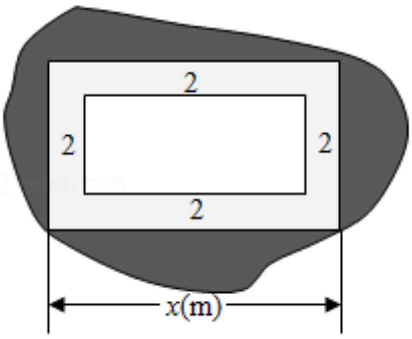
所以实数 a 的取值范围为[3，5].

【点评】本题考查了集合的运算关系以及集合间的包含关系的应用，考查了学生的运算求解能力，属于基础题.

20.（12 分）在城市旧城改造中，某小区为了升级居住环境，拟在小区的闲置地中规划一个面积为 $200m^2$ 的矩形区域作为市民休闲锻炼的场地（如图所示），按规划要求：在矩形内的四周安排 $2m$ 宽的绿化，绿化造价为 200 元/m^2，中间区域地面硬化以方便后期放置各类健身器材，硬化造价为 100 元/m^2，设矩形的长为 x（m）.

（1）将总造价 y（元）表示为长度 x（m）的函数；

（2）如果当地政府财政拨款 3 万元，不考虑其他因素，仅根据总造价情况，判断能否修建起该市民休闲锻炼的场地？（$\sqrt{2}\approx1.414$）



【分析】（1）由矩形的长为 xm，求出矩形的宽，中间区域的长，宽，得到定义域，表示出总造价 y 即可；

（2）利用基本不等式求解最值，比较即可得到答案.

【解答】解：（1）由矩形的长为 xm，则矩形的宽为$\frac{200}{x}m$，

则中间区域的长为 $x-4m$，宽为$\frac{200}{x}-4m$，

所以定义域为 $x\in(4，50)$，

故 $y=100\times[(x-4)(\frac{200}{x}-4)]+200[200-(x-4)(\frac{200}{x}-4)]$，

整理可得 $y=18400+400(x+\frac{200}{x})$，$x\in(4,50)$；

（2）因为 $x+\frac{200}{x}\geqslant 2\sqrt{x\cdot\frac{200}{x}}=20\sqrt{2}$，

当且仅当 $x=\frac{200}{x}$，即 $x=10\sqrt{2}$时取等号，

所以当 $x=10\sqrt{2}$时，总造价最低为 $18400+8000\sqrt{2}\approx 2.97$ 万元<3 万元，

故仅根据总造价情况，能够修建起该市民休闲锻炼的场地．

【点评】本题考查了函数模型的选择与应用，解题的关键是建立符合条件的函数模型，分析清楚问题的逻辑关系是解题的关键，此类问题求解的一般步骤是：建立函数模型，进行函数计算，得出结果，再将结果反馈到实际问题中指导解决问题，考查了逻辑推理能力与化简运算能力，属于中档题．

21．（12 分）已知函数 $f(x)=x^2-(m+2)x+2m$，$m\in\mathbf{R}$．

（1）若 $f(x)\geqslant 0$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求实数 m 的取值范围；

（2）若 $f(x)$ 在 $(-\infty,3)$ 上单调递减，求实数 m 的取值范围；

（3）解关于 x 的不等式 $f(x)>0$．

【分析】（1）利用判别式 $\Delta=(m+2)^2-8m\leqslant 0$ 即可求得实数 m 的取值范围；

（2）$f(x)=x^2-(m+2)x+2m$ 的图象为开口向上的抛物线，其对称轴为直线 $x=\frac{m+2}{2}$，依题意，$\frac{m+2}{2}\geqslant 3$，解之可得实数 m 的取值范围；

（3）由 $f(x)=x^2-(m+2)x+2m>0$ 得：$(x-m)(x-2)>0$，讨论 m 与 2 的大小关系，即可得到不等式 $f(x)>0$ 的解集．

【解答】解：（1）因为 $f(x)\geqslant 0$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，

则判别式 $\Delta=(m+2)^2-8m\leqslant 0$，

即 $\Delta=m^2-4m+4=(m-2)^2\leqslant 0$，

所以 $m=2$；

（2）因为函数 $f(x)=x^2-(m+2)x+2m$ 的图象为开口向上的抛物线，

其对称轴为直线 $x=\frac{m+2}{2}$，

由二次函数图象可知，$f(x)$ 的单调递减区间为 $(-\infty,\frac{m+2}{2})$，

因为 $f(x)$ 在 $(-\infty,3)$ 上单调递减，所以 $\frac{m+2}{2}\geqslant 3$，

所以 $m\geqslant4$，即 $m\in[4,+\infty)$；

（3）由 $f(x)=x^2-(m+2)x+2m>0$ 得：$(x-m)(x-2)>0$，

由 $(x-m)(x-2)=0$ 得 $x=m$ 或 $x=2$，

①当 $m=2$ 时，不等式的解集是 $\{x|x\neq2\}$；

②当 $m>2$ 时，不等式的解集是 $(-\infty,2)\cup(m,+\infty)$；

③当 $m<2$ 时，不等式的解集是 $(-\infty,m)\cup(2,+\infty)$；

综上，①当 $m=2$ 时，不等式的解集是 $\{x|x\neq2\}$；

②当 $m>2$ 时，不等式的解集是 $(-\infty,2)\cup(m,+\infty)$；

③当 $m<2$ 时，不等式的解集是 $(-\infty,m)\cup(2,+\infty)$.

【点评】本题考查函数恒成立问题，考查一元二次不等式及其应用，考查函数与方程思想、分类讨论思想、转化与化归思想的综合运用，考查逻辑推理能力与数学运算能力，属于中档题.

22.（12 分）对于函数 $f(x)$，若存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使 $f(x_0)=x_0$ 成立，则称 x_0 为 $f(x)$ 的不动点．已知函数 $f(x)=mx^2+(n-1)x+n-8\ (m\neq0)$.

（1）当 $m=1$，$n=0$ 时，求函数 $f(x)$ 的不动点；

（2）若对任意实数 n，函数 $f(x)$ 恒有两个相异的不动点，求实数 m 的取值范围；

（3）若 $f(x)$ 的两个不动点为 x_1，x_2，且 $f(x_1)+f(x_2)=\frac{m}{m+2}$，当 $1<m<3$ 时，求实数 n 的取值范围.

【分析】（1）求得 $f(x)$ 的解析式，可令 $f(x_0)=x_0$，解方程可得所求不动点；

（2）由题意可得 $ax^2+(b+1)x+(b-1)=x$ 恒有两个不等实根，整理为二次方程，可得判别式大于 0 恒成立，再由恒成立思想，解不等式可得 a 的范围；

（3）结合韦达定理和不动点，可得 b 关于 a 的式子，再由对勾函数的单调性，可得所求范围.

【解答】解：（1）当 $m=1$，$n=0$ 时，$f(x)=x^2-x-8$，

设 x_0 为不动点，因此 $x_0^2-x_0-8=x_0$，

解得 $x_0=-2$ 或 $x_0=4$，

所以 -2，4 为函数 $f(x)$ 的不动点；

（2）因为 $f(x)$ 恒有两个不动点，

即 $mx^2+(n-1)x+n-8=x$ 恒有两个不等实根，

整理为 $mx^2+(n-2)x+n-8=0$，

所以 $m\neq0$，且 $\Delta=(n-2)^2-4m(n-8)>0$ 恒成立，

即对于任意 $n\in\mathbf{R}$，$n^2-(4+4m)n+32m+4>0$ 恒成立，

令 $g(n)=n^2-(4+4m)n+32m+4$，

则 $\Delta=(4+4m)^2-4(32m+4)<0$，

解得 $0<m<6$，

故 m 的取值范围是（0，6）；

（3）因为 $f(x_1)+f(x_2)=x_1+x_2=-\frac{m}{m+2}=-\frac{n-2}{m}$，

所以 $n=\frac{m^2+2m+4}{m+2}=\frac{(m+2)^2-2(m+2)+4}{m+2}=m+2+\frac{4}{m+2}-2$，

设 $t=m+2$，

因为 $1<m<3$，

所以 $3<t<5$，

由对勾函数性质得 $f(t)=t+\frac{4}{t}-2$ 在（3，5）上单调递增，

所以 $f(3)=3+\frac{4}{3}-2=\frac{7}{3}$，$f(5)=5+\frac{4}{5}-2=\frac{19}{5}$，

所以 $\frac{7}{3}<m+2+\frac{4}{m+2}-2<\frac{19}{5}$，

所以 $\frac{7}{3}<n<\frac{19}{5}$，

即 n 的取值范围是 $(\frac{7}{3}，\frac{19}{5})$.

【点评】本题考查函数的不动点的理解和运用，考查二次函数与二次方程、二次不等式的关系，考查对勾函数的单调性和运用，考查运算能力，属于中档题.

扫码领取更多内部资料