2023-2024 学年高一数学第一次月考卷

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

注意事项：

1．本试卷分选择题和非选择题两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。

3．回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

4．测试范围：**苏教版2019必修二第9~10章**。

5．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共 58 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1． $\sin 102°\cos 48°+\cos 78°\cos 138°=$（　）

A． $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B． $-\frac{1}{2}$　　C． $\frac{1}{2}$　　D． $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2．冰球运动是一种以冰刀和冰球杆为工具在冰上进行的相互对抗的集体性竞技运动，在冰球运动中，冰球运动员脚穿冰鞋，身着防护装备，以球杆击球，球入对方球门，多者为胜．小赵同学在练习冰球的过程中，以力 $F=(6,24)$ 作用于冰球，使冰球从点 $A(-1,-1)$ 移动到点 $B(1,-1)$，则 F 对冰球所做的功为（　）

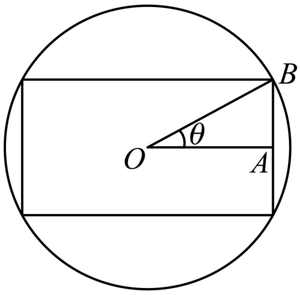
A． -18　　B． 18　　C． -12　　D． 12

3．已知 $\tan\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=3, \tan\left(\frac{\pi}{6}-\beta\right)=2$，则 $\tan\left(\frac{\pi}{6}+\alpha+\beta\right)=$（　）

A． $-\frac{1}{5}$　　B． $-\frac{1}{7}$　　C． $\frac{1}{7}$　　D． $\frac{1}{5}$

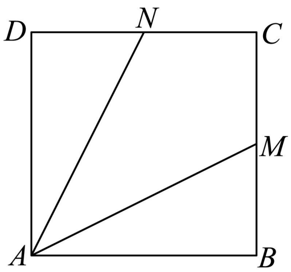
4．把截面半径为 5 的圆形木头锯成面积为 y 的矩形木料，如图，点 O 为圆心，$OA\perp AB$，设 $\angle AOB=\theta$，

把面积 y 表示为 θ 的表达式，则有（　）.



A. $y=50\cos 2\theta$　B. $y=25\sin\theta$　C. $y=25\sin 2\theta$　D. $y=50\sin 2\theta$

5. 如图所示，四边形 $ABCD$ 是正方形，M,N 分别 BC，DC 的中点，若 $\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AM}+\mu\overrightarrow{AN},\lambda,\mu\in\mathbf{R}$，则 $2\lambda-\mu$ 的值为（　）

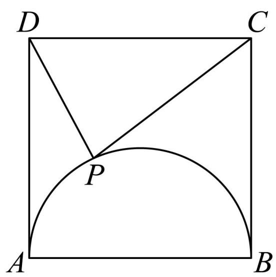


A. $\frac{10}{3}$　B. $\frac{5}{2}$　C. $-\frac{2}{3}$　D. $\frac{4}{3}$

6. $\sin 20^{\circ}\left(\sqrt{3}+\tan 50^{\circ}\right)=$（　）

A. 1　B. 2　C. $\sqrt{3}$　D. $\frac{1}{2}$

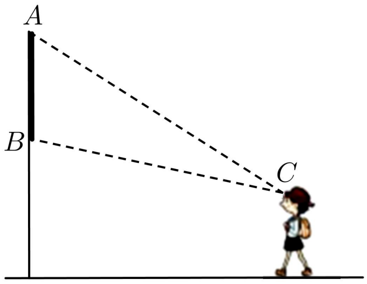
7. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 4，若动点 P 在以 AB 为直径的半圆上（正方形 $ABCD$ 内部，含边界），则 $\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PD}$ 的取值范围为（　）



A. $(0,16)$　B. $[0,16]$　C. $(0,4)$　D. $[0,4]$

8. 湖北省第十六届运动会将于 2022 年 10 月在宜昌举行，为了方便宜昌市民观看，夷陵广场大屏幕届时会滚动直播赛事，已知大屏幕下端 B 离地面 3.5 米，大屏幕高 3 米，若某位观众眼睛离地面 1.5 米，则这位观众在距离大屏幕所在的平面多远，可以获得观看的最佳视野？（最佳视野是指看到屏幕上下夹角的最大

值）（　）



A． $\sqrt{5}$　　B． $\sqrt{10}$　　C． 3　　D． 2

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9．下列式子化简正确的是（　）

A． $\sin 8^\circ \sin 52^\circ - \sin 82^\circ \cos 52^\circ = \frac{1}{2}$

B． $\sqrt{3}\cos 15^\circ - \sin 15^\circ = \sqrt{2}$

C． $\frac{1-\tan 15^\circ}{1+\tan 15^\circ} = \sqrt{3}$

D． $\sin 15^\circ \sin 30^\circ \sin 75^\circ = \frac{1}{8}$

10．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $\left|\vec{a}+2\vec{b}\right| = |\vec{a}|$，$\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}^2=0$ 且 $|\boldsymbol{a}|=2$，则（　）

A． $\left|\vec{b}\right|=2$　　B． $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$　　C． $\left|\vec{a}-2\vec{b}\right|=6$　　D． $\vec{a}\cdot\vec{b}=4$

11．已知函数 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)-\sin^4 x+\cos^4 x$，则下列关于函数 $f(x)$ 的说法正确的是（　）

A．函数 $f(x)$ 在 $\left[\frac{2\pi}{3},\pi\right]$ 上单调递增

B．函数 $f(x)$ 的图象可以由 $y=\sin 2x$ 图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到

C． $f(x)=f\left(\frac{\pi}{6}-x\right)$

D．若函数 $y=f(x)+\frac{1}{2}$ 在 $[a,b]$ 上至少有 11 个零点，则 $b-a$ 的最小值为 5π

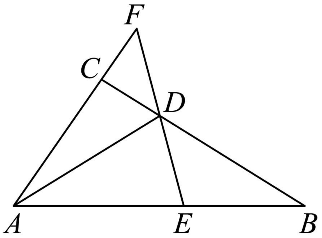
第二部分（非选择题 共 92 分）

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12．已知 P，Q 分别为 $\triangle ABC$ 的边 AB，AC 的中点，若 $\overrightarrow{PQ}=(2,3)$，$B(-1,-2)$，则点 C 的坐标为_____.

13．函数 $y=\sin x+\cos x-\sin x\cos x$ 的值域为______.

14．如图所示，在$\triangle ABC$中，点D为BC边上一点，且$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，过点$D$的直线$EF$与直线$AB$相交于$E$点，与直线$AC$相交于$F$点（$E$，$F$交两点不重合）.若$\overrightarrow{AD}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$，则$mn=$________，若$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AF}=\mu\overrightarrow{AC}$，则$\lambda+\mu$的最小值为________.



四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步聚。

15．（13分）

已知向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$，则 $|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=2$，$\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=60°$ 求：

(1)$\vec{a}\cdot\vec{b}$ 的值；

(2)$\left|\overrightarrow{2a}+\vec{b}\right|$ 的值；

(3)$2\vec{a}+\vec{b}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角θ的余弦值.

16．（15分）

已知$\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，$\tan\beta=\dfrac{1}{7}$，且$\alpha,\beta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$.

(1)求$\cos^2\beta-2\sin^2\beta+\sin\beta\cos\beta$的值；

(2)求$2\alpha+\beta$的值.

17.（15 分）

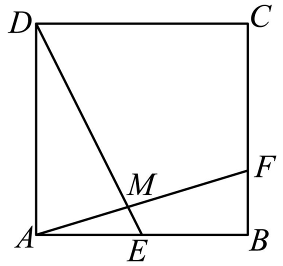
已知函数 $f\left(x\right)=2\sqrt{3}\sin x\cos x-2\sin^2 x+a,a\in\mathbf{R}$.

(1)求函数 $f\left(x\right)$ 的最小正周期；

(2)若函数 $f\left(x\right)$ 有零点.求实数 a 的取值范围.

18.（17 分）

如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 $6,E$ 是 AB 的中点，F 是 BC 边上靠近点 B 的三等分点，AF 与 DE 交于点 M.



(1)求 $\angle EMF$ 的余弦值.

(2)若点 P 自 A 点逆时针沿正方形的边运动到 A 点，在这个过程中，是否存在这样的点 P，使得 $EF\perp MP$？若存在，求出 MP 的长度，若不存在，请说明理由.

19．（17 分）

设 O 为坐标原点，定义非零向量 $\overrightarrow{OM}$ $f(x)=a\sin x+b\cos x\left(x\in\mathbf{R}\right)$，向量 $\overrightarrow{OM}=(a,b)$ 称为函数 $f(x)=a\sin x+b\cos x$ 的“相伴向量”.

(1)设函数 $h(x)=2\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-x\right)-\cos\left(\dfrac{\pi}{6}+x\right)$，求 $h(x)$ 的“相伴向量”；

(2)记 $\overrightarrow{OM}=(0,2)$ 的“相伴函数”为 $f(x)$，若函数 $g(x)=f(x)+2\sqrt{3}\left|\sin x\right|-1$，$x\in[0,2\pi]$ 与直线 $y=k$ 有且仅有四个不同的交点，求实数 k 的取值范围；

(3)已知点 $M(a,b)$ 满足 $3a^2-4ab+b^2<0$，向量 $\overrightarrow{OM}$ 的“相伴函数” $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处取得最大值.当点 M 运动时，求 $\tan 2x_0$ 的取值范围.